

Séquence 5.6.

RECREATIONS GEOMETRIQUES.

12. Palindromes.

Est palindrome, toute expression (mot, phrase, nombre) qu'on peut lire de gauche à droite ou de droite à gauche et qui conserve le même sens. RADAR, LAVAL, RÊVER, SERRES sont des mots palindromes. Les nombres 626, 5445, 62 326 sont également palindromes. On peut s'amuser à identifier tous les mots palindromes ; on peut être tenté de faire la même démarche avec les nombres. Par exemple, entre 0 et 100, en excluant les nombres d'un seul chiffre, on trouve 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88 et 99.

1. A votre tour, identifiez les nombres palindromes entre 100 et 500.

2. Pourriez-vous déterminer le nombre de palindromes entre 10 et 10 000 ?

3. On peut se demander combien, parmi les palindromes, sont des carrés. Comme aucun carré ne finit par 2, 3, 7 et 8, on peut éliminer tous les nombres qui commencent et finissent par ces chiffres. Pour les nombres de trois chiffres, les possibilités sont 1?1, 4?4, 5?5, 6?6 et 9?9 sont des nombres palindromes. Parmi eux, seuls 121, 484 et 676 sont des carrés palindromes.

Combien y a-t-il de carrés palindromes entre 1 000 et 11 000 ?

4. Parmi les palindromes, il y en a dont le carré possède la même propriété d'être palindrome. Voici deux exemples : $11^2 = 121$ et $22^2 = 484$.

Identifiez cinq palindromes entre 100 et 1 000 dont le carré est également palindrome.

5. Le nombre 11, élevé aux puissances 2, 3 et 4 produit des palindromes :

$$11^2 = 121 \quad 11^3 = 1\ 331 \quad 11^4 = 14\ 641.$$

Trouvez, au moins, un autre nombre palindrome qui donne des palindromes aux deuxièmes, troisième et quatrième puissances.

6. Le double d'un palindrome présente la même caractéristique si chacun des chiffres du nombre initial est inférieur à 5. Ainsi, $2 \times 424 = 848$. Dans le même contexte, combien y a-t-il de palindromes entre 100 et 1 000 dont le triple est également palindrome ?

7. Lorsqu'un nombre, en des additions successives avec son renversé, génère un palindrome, on dit qu'il est palindromique. Prenons 39 ; son renversé est 93. Faisons l'addition des deux nombres : $39 + 93 = 132$. Faisons, à nouveau une opération semblable : $132 + 231 = 363$. Le résultat 363 est palindrome. Donc, 39 est dit palindromique en deux renversements.

Le nombre 69 est-il palindromique ? Si oui, en combien de renversements ?

8. Combien y a-t-il de nombres inférieurs à 69 qui sont palindromiques en exigeant plus d'un renversement ?

9. Quel est le nombre palindromique entre 90 et 100 qui exige le plus de renversements ?

10. Pour ceux qui n'ont pas peur de calculer ou qui ont accès à un ordinateur puissant, il existe, dans ce domaine, un problème non résolu. En effet, 196 (ou 691) dérouta tous les chercheurs. On ne sait pas encore s'il est palindromique ou non. Plusieurs professionnels ou amateurs ont tenté de dénouer l'énigme mais sans résultat. Par exemple, Lynn Yarbrough a fait 79 098 renversements : Darryl Francis en a fait 196 100, toujours sans former un palindrome.

Est-il raisonnable de penser que 196 n'est pas palindromique ?
